薬学の基礎としての数学・統計 小テスト

氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

解答はすべて別紙に記入しなさい。

$\boxed{\mathrm{I}}$ $y = \dfrac{x^2}{x-1}$ を導関数の定義にしたがって微分しなさい。(10 点)

$\boxed{\mathrm{II}}$ 次の関数を微分しなさい。(1) から (10) まで各 8 点、(11) と (12) は各 5 点。

(1) $y = (x^2 - 2x - 3)(x^2 + 4)$

(2) $y = \dfrac{x^2 + 3x - 2}{x}$

(3) $y = \sqrt[3]{x^2}$

(4) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

(5) $y = \left(\dfrac{x}{x^2 + 1}\right)^3$

(6) $y = \sqrt[3]{\dfrac{x+1}{x+4}}$

(7) $y = \log|x^2 - 1|$

(8) $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 4})$

(9) $y = xe^{2x}$

(10) $y = (\log x)^2$

(11) $y = \dfrac{(x-1)^2(x-2)^3}{(x-3)^5}$

(12) $y = \sqrt[3]{\dfrac{(x+1)^2}{x(x^2+2)}}$

薬学の基礎としての数学・統計 小テスト・解答用紙

氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{I}}$

$\boxed{\text{II}}$

(1) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(4) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(5) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(6) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(7) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(8) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(9) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(10) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(11) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(12) ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

薬学の基礎としての数学・統計 小テスト・解答

$\boxed{\mathrm{I}}$

$$
\begin{aligned}
y' &= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{(x+h)^2}{(x+h)-1} - \frac{x^2}{x-1}}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2(x-1) - x^2(x+h-1)}{(x+h-1)(x-1)h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{x^2h + xh^2 - 2xh - h^2}{(x+h-1)(x-1)h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{x^2 + xh - 2x - h}{(x+h-1)(x-1)} \\
&= \frac{x^2-2x}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}
\end{aligned}
$$

$\boxed{\mathrm{II}}$

(1) $4x^3 - 6x^2 + 2x - 8$

(2) $y = x + 3 - 2x^{-1}$ より、$y' = 1 + 2x^{-2} = 1 + \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{x^2+2}{x^2}$

(3) $y' = (x^{\frac{2}{3}})' = \dfrac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

(4) $y' = \dfrac{1}{2}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

(5) $y' = 3\left(\dfrac{x}{x^2+1}\right)^2 \cdot \dfrac{1\cdot(x^2+1) - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{3x^2(1-x^2)}{(x^2+1)^4}$

(6) $y' = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{x+1}{x+4}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \dfrac{(x+4)-(x+1)}{(x+4)^2} = \dfrac{1}{(x+4)\sqrt[3]{(x+1)^2(x+4)}}$

(7) $y' = \dfrac{(x^2-1)'}{x^2-1} = \dfrac{2x}{x^2-1}$

(8) $y' = \dfrac{(x+\sqrt{x^2+4})'}{x+\sqrt{x^2+4}} = \dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+4}}\left(1 + \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}$

(9) $y' = 1\cdot e^{2x} + x\cdot e^{2x}\cdot 2 = (2x+1)e^{2x}$

(10) $y' = 2\log x \cdot (\log x)' = 2\log x \cdot \dfrac{1}{x} = \dfrac{2\log x}{x}$

(11) 両辺の絶対値の自然対数をとると

$$\log|y| = 2\log|x-1| + 3\log|x-2| + 3\log|x-2| - 5\log|x-3|$$

両辺を x で微分すると

$$\frac{y'}{y} = \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-2} - \frac{5}{x-3} = \frac{-7x+11}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

これより

$$y' = \frac{(-7x+11)(x-1)(x-2)^2}{(x-3)^6}$$

(12) 両辺の絶対値の自然対数をとると

$$\log|y| = \frac{1}{3}\{2\log x + 1 - \log x - \log(x^2+2)\}$$

両辺を x で微分すると

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x} - \frac{2x}{x^2+2}\right) = \frac{-(x^3+3x^2-2x+2)}{3x(x+1)(x^2+2)}$$

これより

$$y' = \frac{-(x^3+3x^2-2x+2)}{3x^{\frac{4}{3}}(x+1)^{\frac{1}{3}}(x^2+2)^{\frac{4}{3}}}$$