

線形代数学 II 中間試験問題

工学部

担当 生田卓也

試験実施日 2011年12月22日

解答のみ答案用紙に書いてください。

I 線形写像 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ は

$$f \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 + 2x_3 \\ 3x_1 + 8x_3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \end{bmatrix}$$

で定義される写像とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) \mathbb{R}^3 の標準基底に関する f の表現行列 F を求めなさい。(10点)
- (2) F の行基本変形による簡約化行列 G を求めなさい。また、 $G = QF$ を満たす行列 Q を求めなさい。(10点)
- (3) F の標準形を H , Q を (2) で求めた行列とする。 $H = QFP$ とおく。このとき、 H は \mathbb{R}^3 のどの基底に関する表現行列であるかを求めなさい。(10点)

II 次の線形写像の像と核の基底を求めなさい。(20点)

$$f \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 \end{bmatrix}$$

III 次の行列式の値を求めなさい。(10点)

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 2 & 3 & -4 & -5 \\ 3 & -4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

IV 次の行列の余因子行列を求めなさい。またそれを用いて逆行列を求めなさい。(20点)

$$\begin{bmatrix} x-1 & 1 & 1 \\ 0 & 2x-1 & x-1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

V 行列 $F \in \text{Mat}_{n,n}(\mathbb{R})$ に対して、線形写像 $f(x) = Fx$ が単射であることと全射であることは同値であることを証明しなさい。(20点)

線形代数学 II 中間試験答案用紙

工学部 _____ 学科 氏名 _____

学籍番号 _____

I (1)

III

(2)

IV

(3)

V

II