

演習問題 5

学部： _____ 学科： _____

氏名： _____ 学籍番号： _____

問題 7. 次の連立 1 次方程式を次のステップに従って解きなさい。

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5 \\ x_3 - 2x_4 + 4x_5 = -2 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$$

(1) この連立 1 次方程式を行列表示したとき，拡大係数行列を書きなさい。

(2) (1) の拡大係数行列を次の手順にしたがって簡約化しなさい。

- $r_3 - 2r_1$,
- $r_3 - r_2$,
- $r_3 \times (-1)$,
- $r_2 + 2r_3$,
- $r_1 + r_2$,
- $r_1 - 3r_3$.

(3) (2) の拡大係数行列の rank と係数行列の rank を書きなさい。

(4) 定理 3 より解は する。(漢字二文字)

(5) 係数行列の rank = , 変数の個数 より，解を表示するには 個のパラメータ (自由度) が必要である。また，パラメータとなる変数は x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 のうち と である。 と を各々 c_1, c_2 (c_1, c_2 は任意の定数) とおくと，解は

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

と表される。

問題 8. 次の連立 1 次方程式を次のステップに従って解きなさい。

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 2 \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 - x_5 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 + 6x_4 - 5x_5 = 3 \end{cases}$$

(1) この連立 1 次方程式を行列表示したとき、その拡大係数行列の簡約化は次の形となる。

$$\left[\begin{array}{cccccc} \boxed{\text{ア}} & \boxed{\text{イ}} & \boxed{\text{ウ}} & \boxed{\text{エ}} & \boxed{\text{オ}} & \boxed{\text{カ}} \\ 0 & 0 & \boxed{\text{キ}} & \boxed{\text{ク}} & \boxed{\text{ケ}} & \boxed{\text{コ}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\text{サ}} & \boxed{\text{シ}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

(2) これより解は

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \frac{1}{5} \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad (c_1, c_2 \text{ は任意の定数})$$

と表される。

問題 9. 次の連立 1 次方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + 2x_4 = 6 \\ -2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 3 \\ 4x_1 - 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$$

問題 10. 次の連立 1 次方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$